

Model teză , IX m.i , mai 2006

(I) Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x^2$, $g(x) = x^2 + 2x - m$

(1) Calculați $(f \circ f)(0)$

(2) Câte numere întregi k satisfac $f(k) \geq g(k)$?

(3) Pentru ce $m \in \mathbb{Z}$ rădăcinile ecuației $g_m(x) = 0$ satisfac relația
 $3x_1 + x_2 = 0$?

(4) Determinați m pentru care valoarea minimă a lui g_m este 1

(5) Determinați $f([-1,3])$

(6) Determinați cel mai mic întreg p pentru care $f(x) \leq p$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(7) Determinați punctele A și B de intersecție ale graficelor funcțiilor f și g_3

(8) Precizați câte numere întregi h satisfac $\frac{f(h)}{g(h)} \geq 0$

(9) În progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ avem $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 40$.
Cât este $a_1 + a_2 + \dots + a_7$?

(10) Cât este $x \in \mathbb{R}$ dacă numerele $x - 4$, x , $3x$, sunt în această ordine ,
în progresie geometrică ?

(II) (11) Cât este $\sin \frac{3\pi}{4}$?

(12) Care număr este mai mare : $a = \sin 80^\circ$ sau $b = \sin 170^\circ$?

(13) Câte soluții are în $[0, 2\pi)$ ecuația $2(1 + \sin^2 x) = 5 \sin x$?

(14) Cât este $N = \sin^2 15^\circ - \cos 15^\circ$?

(15) Dacă $\operatorname{tg} x = 3$, cât este $\frac{\sin x + 2 \cos x}{3 \sin x + 4 \cos x}$?

(16) În triunghiul ABC avem $b = 1$, $c = 2$, $A = 60^\circ$. Cât este a ?

(17) Cât este raza cercului circumscris unui triunghi dreptunghic
având catetele egale cu 12 cm și 5 cm ?

(18) Dacă H este ortocentrul triunghiului ABC în care $A = 60^\circ$
și $AH = 3$ cm , cât este lungimea laturii BC ?

Notă : Fiecare răspuns corect se notează cu 5 puncte , din oficiu se acordă deci 10 puncte .
Redactarea soluțiilor poate conduce și la obținerea unor punctaje intermediare .